

1. Мяч бросили под углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полета мяча (в секундах) определяется по формуле  $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$ . При каком наименьшем значении угла  $\alpha$  (в градусах) время полета будет не меньше 3 секунд, если мяч бросают с начальной скоростью  $v_0 = 30$  м/с? Считайте, что ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.
2. Деталью некоторого прибора является квадратная рамка с намотанным на нее проводом, через который пропущен постоянный ток. Рамка помещена в однородное магнитное поле так, что она может вращаться. Момент силы Ампера, стремящейся повернуть рамку (в Н·м), определяется формулой  $M = NIBl^2 \sin \alpha$ , где  $I = 2$  А — сила тока в рамке,  $B = 3 \cdot 10^{-3}$  Тл — значение индукции магнитного поля,  $l = 0,5$  м — размер рамки,  $N = 1000$  — число витков провода в рамке,  $\alpha$  — острый угол между перпендикуляром к рамке и вектором индукции. При каком наименьшем значении угла  $\alpha$  (в градусах) рамка может начать вращаться, если для этого нужно, чтобы раскручивающий момент  $M$  был не меньше 0,75 Н·м?
3. Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону  $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$ , где  $t$  — время в секундах, амплитуда  $U_0 = 2$  В, частота  $\omega = 120^\circ$  /с, фаза  $\varphi = -30^\circ$ . Датчик настроен так, что если напряжение в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?
4. Очень легкий заряженный металлический шарик зарядом  $q = 2 \cdot 10^{-6}$  Кл скатывается по гладкой наклонной плоскости. В момент, когда его скорость составляет  $v = 5$  м/с, на него начинает действовать постоянное магнитное поле, вектор индукции  $B$  которого лежит в той же плоскости и составляет угол  $\alpha$  с направлением движения шарика. Значение индукции поля  $B = 4 \cdot 10^{-3}$  Тл. При этом на шарик действует сила Лоренца, равная  $F_{\text{л}} = qvB \sin \alpha$  (Н) и направленная вверх перпендикулярно плоскости. При каком наименьшем значении угла  $\alpha \in [0^\circ; 180^\circ]$  шарик оторвется от поверхности, если для этого нужно, чтобы сила  $F_{\text{л}}$  была не менее чем  $2 \cdot 10^{-8}$  Н? Ответ дайте в градусах.
5. Небольшой мячик бросают под острым углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полета мячика, выраженная в метрах, определяется формулой  $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$ , где  $v_0 = 20$  м/с — начальная скорость мячика, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). При каком наименьшем значении угла  $\alpha$  (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 4 м на расстоянии 1 м?
6. Небольшой мячик бросают под острым углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Расстояние, которое пролетает мячик, вычисляется по формуле  $L = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$  (м), где  $v_0 = 20$  м/с — начальная скорость мячика, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). При каком наименьшем значении угла (в градусах) мячик перелетит реку шириной 20 м?
7. Плоский замкнутый контур площадью  $S = 0,5$  м<sup>2</sup> находится в магнитном поле, индукция которого равномерно возрастает. При этом согласно закону электромагнитной индукции Фарадея в контуре появляется ЭДС индукции, значение которой, выраженное в вольтах, определяется формулой  $\mathcal{E}_i = aS \cos \alpha$ , где  $\alpha$  — острый угол между направлением магнитного поля и перпендикуляром к контуру,  $a = 4 \cdot 10^{-4}$  Тл/с — постоянная,  $S$  — площадь замкнутого контура, находящегося в магнитном поле (в м<sup>2</sup>). При каком минимальном угле  $\alpha$  (в градусах) ЭДС индукции не будет превышать  $10^{-4}$  В?
8. Трактор тащит сани с силой  $F = 80$  кН, направленной под острым углом  $\alpha$  к горизонту. Работа трактора (в килоджоулях) на участке длиной  $S = 50$  м вычисляется по формуле  $A = FS \cos \alpha$ . При каком максимальном угле  $\alpha$  (в градусах) совершенная работа будет не менее 2000 кДж?
9. Трактор тащит сани с силой  $F = 50$  кН, направленной под острым углом  $\alpha$  к горизонту. Мощность (в киловаттах) трактора при скорости  $v = 3$  м/с равна  $N = Fv \cos \alpha$ . При каком максимальном угле  $\alpha$  (в градусах) эта мощность будет не менее 75 кВт?
10. При нормальном падении света с длиной волны  $\lambda = 400$  нм на дифракционную решетку с периодом  $d$  нм наблюдают серию дифракционных максимумов. При этом угол  $\varphi$  (отсчитываемый от перпендикуляра к решетке), под которым наблюдается максимум, и номер максимума  $k$  связаны соотношением  $d \sin \varphi = k\lambda$ . Под каким минимальным углом  $\varphi$  (в градусах) можно наблюдать второй максимум на решетке с периодом, не превосходящим 1600 нм?
11. Два тела массой  $m = 2$  кг каждое, движутся с одинаковой скоростью  $v = 10$  м/с под углом  $2\alpha$  друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, определяется выражением  $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$ . Под каким наименьшим углом  $2\alpha$  (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось не менее 50 джоулей?
12. Катер должен пересечь реку шириной  $L = 100$  м и со скоростью течения  $u = 0,5$  м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением  $t = \frac{L}{u} \operatorname{ctg} \alpha$ , где  $\alpha$  — острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом  $\alpha$  (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 200 с?

13. Скейтбордист прыгает на стоящую на рельсах платформу, со скоростью  $v = 3$  м/с под острым углом  $\alpha$  к рельсам. От толчка платформа начинает ехать со скоростью  $u = \frac{m}{m+M}v \cos \alpha$  (м/с), где  $m = 80$  кг — масса скейтбордиста со скейтом, а  $M = 400$  кг — масса платформы. Под каким максимальным углом  $\alpha$  (в градусах) нужно прыгать, чтобы разогнать платформу не менее чем до  $0,25$  м/с?

14. Груз массой  $0,08$  кг колеблется на пружине со скоростью, меняющейся по закону  $v(t) = 0,5 \sin \pi t$ , где  $t$  — время в секундах. Кинетическая энергия груза, измеряемая в джоулях, вычисляется по формуле  $E = \frac{mv^2}{2}$ , где  $m$  — масса груза (в кг),  $v$  — скорость груза (в м/с). Определите, какую долю времени из первой секунды после начала движения кинетическая энергия груза будет не менее  $5 \cdot 10^{-3}$  Дж. Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

15. Груз массой  $0,08$  кг колеблется на пружине со скоростью, меняющейся по закону  $v(t) = 0,5 \cos \pi t$ , где  $t$  — время в секундах. Кинетическая энергия груза вычисляется по формуле  $E = \frac{mv^2}{2}$ , где  $m$  — масса груза (в кг),  $v$  — скорость груза (в м/с). Определите, какую долю времени из первой секунды после начала движения кинетическая энергия груза будет не менее  $5 \cdot 10^{-3}$  Дж. Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

16. Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону  $v(t) = 5 \sin \pi t$  (см/с), где  $t$  — время в секундах. Какую долю времени из первой секунды скорость движения превышала  $2,5$  см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.